2. ТЕОРИЯ НАНОСИСТЕМ

УДК 534.121.2 *Оригинальная статья*

О возможности использования графеновой мембраны в качестве датчика массы

З.А. Ахматов[1,2,3], З.А. Ахматов[1]
[1]*ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова»*
360004, Россия, Нальчик, ул. Чернышевского, 173
[2]*ФГБУН «Институт ядерных исследований РАН»*
117312, Россия, Москва, проспект 60-летия Октября, 7а
[3]*ФГБНУ «Кабардино-Балкарский научный центр РАН»*
360000, Россия, Нальчик, ул. И. Арманд, 37
ahmatov.z@bk.ru

DOI: 10.26456/pcascnn/2026.18.214

Аннотация: Детектирование химических и биологических молекул с высокой чувствительностью и селективностью имеет решающее значение в различных областях науки и медицины. Высокочувствительные датчики массы используются для мониторинга окружающей среды, обнаруживая следовые количества токсичных веществ или взрывоопасных газов. Также подобные датчики могут быть использованы для взвешивания отдельных молекул белков, ДНК и РНК для понимания механизмов их взаимодействия. Важная роль датчиков массы в контроле роста тонких пленок, нанопроволок и фуллеренов, где точность должна быть на атомном уровне. С развитием нанотехнологий был предложен новый класс датчиков, основанных на использовании графена и углеродных нанотрубок. Ожидается, что датчики на основе графена будут обладать сверхвысокой чувствительностью к адсорбируемым атомам и молекулам. В связи с этим в настоящем исследовании рассмотрена возможность использования закрепленной по краям графеновой мембраны в качестве сверхчувствительного датчика массы. Проведено молекулярно-динамическое моделирование колебаний свободной и нагруженной нанокаплей железа прямоугольной графеновой мембраны. Масса нагрузки была определена из полученных значений основных частот колебаний свободной и нагруженной мембраны. Показано, что использование формул для колебаний классической мембраны дают отличие в массе более чем в 5 раз. Для тонких углеродных мембран, как в случае графена, появляется необходимость учета жесткости на изгиб, что приводит к достаточно хорошему результату при определении массы нагрузки.

Ключевые слова: графеновая мембрана, датчик массы, молекулярно-динамическое моделирование, колебательная мода, изгибная жесткость.

Ахматов Зейтун Ануарович – к.ф.-м.н., старший научный сотрудник, преподаватель института математики и естественных наук ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова»; старший научный сотрудник лаборатории «Астрофизика и физика космических лучей» ФГБУН «Институт ядерных исследований РАН»; старший научный сотрудник Института информатики и проблем регионального управления ФГБНУ «Кабардино-Балкарский научный центр РАН»
Ахматов Зариф Ануарович – старший преподаватель института математики и естественных наук ФГБОУ ВО «Кабардино-Балкарский государственный университет им. Х.М. Бербекова»

Original paper

On the possibility of using a graphene membrane as a mass sensor

Z.A. Akhmatov[1,2,3], Z.A. Akhmatov[1]
[1] *Kabardino-Balkarian State University named after H.M. Berbekov, Nalchik, Russia*
[2]*Institute for Nuclear Research of the RAS, Moscow, Russia*
[3]*Kabardino-Balkar Scientific Center of the RAS, Nalchik, Russia*

DOI: 10.26456/pcascnn/2026.18.214

Abstract: Detection of chemical and biological molecules with high sensitivity and selectivity is

© З.А. Ахматов, З.А. Ахматов, 2026

crucial in various fields of science and medicine. Highly sensitive mass sensors are used for environmental monitoring, detecting trace amounts of toxic substances or explosive gases. In addition, such sensors can be used to weigh individual protein, DNA, and RNA molecules to understand the mechanisms of their interactions. An important role of mass sensors is in monitoring the growth of thin films, nanowires, and fullerenes, where precision must be at the atomic level. With the development of nanotechnology, a new class of sensors based on the use of graphene and carbon nanotubes has been proposed. Graphene-based sensors are expected to have ultra-high sensitivity to adsorbed atoms and molecules. In this regard, this study examines the possibility of using edge-clamped graphene membrane as an ultra-sensitive mass sensor. A molecular dynamics simulation of oscillations of a free-standing rectangular graphene membrane and a rectangular graphene membrane loaded by iron nanodroplet was performed. The added mass was determined from obtained values of the fundamental frequencies of vibrations of the free and loaded membranes. It has been shown that the use of formulas for the vibrations of a classical membrane gives a difference in mass of more than 5 times. For thin carbon membranes such as graphene, bending stiffness must be taken into account to obtain a sufficiently accurate result when determining the load mass.
Keywords: graphene membrane, mass sensor, molecular dynamics simulation, vibrational mode, bending stiffness.

Zeitun A. Akhmatov – Ph. D., Senior Researcher, Institute of Mathematics and Natural Sciences, Kabardino-Balkarian State University named after H.M. Berbekov; Senior Researcher, Laboratory of Astrophysics and Cosmic Ray Physics, Institute for Nuclear Research of the RAS; Senior Researcher, Institute of Informatics and Regional Management Problems, Kabardino-Balkar Scientific Center of the RAS; ORCID 0000-0002-3859-0056
Zarif A. Akhmatov – Senior Lecturer at the Institute of Mathematics and Natural Sciences, Kabardino-Balkarian State University named after H.M. Berbekov

Поступила в редакцию/received: 29.07.2026; после рецензирования/revised: 22.08.2026; принята/accepted: 24.08.2026.

1. Введение

Открытие графена привело к исследованиям по разработке различных наносенсоров и актуаторов, которые образуют новые классы наноэлектромеханических систем (НЭМС), называемых нанорезонаторами на основе графена. В обозримом будущем предполагается активное использование подобных нанорезонаторов в приложениях для обнаружения ультранизких масс [1]. В отличие от углеродных нанотрубок, которые имеют круглую геометрию и демонстрируют слабое межфазное взаимодействие, графен может обеспечить большую площадь открытой поверхности для взаимодействия с окружающей средой. Это делает его эффективным материалом для обнаружения адсорбированных молекул и изменений окружающей среды. Масс-детектирование на атомном уровне основано на том, что резонансная частота чувствительна к изменениям добавочной массы, вызывающей сдвиг резонансной частоты графенового датчика. Теоретические исследования колебательного поведения графенового листа проводятся в основном с применением атомистических методов и континуальных моделей. Например, в работе [2] были проанализировали частоты колебаний как однослойных, так и многослойных графеновых листов на основе классической теории континуума и изучена чувствительность, а также отклик датчиков массы

на основе графена. Было показано, что классические континуальные методы не могут быть применены для изучения механического поведения наноструктур, таких как нанопроволоки, наностержни, нанотрубки и графеновые листы. Это связано с необходимостью учета эффектов малых размеров, таких как размер зерен и характеристики поверхности [2]. Кроме того, в континуальных теориях дефекты в структуре графена трудно учитывать, что также приводит к неточным результатам [3, 4]. Теория нелокальной упругости, предложенная Эрингеном [5], была выведена на основе механики твердого тела и полезна для описания явлений на наномасштабе. В этой теории внутренние характеристические параметры могут быть включены в определяющие уравнения. Данная теория получила широкое признание и применяется ко многим задачам, таким как механика дислокаций и распространение волн [6]. Зачастую теорию нелокальной упругости применяют для анализа изгиба и потери устойчивости [7].

Атомистические методы включают моделирование молекулярной динамики (МД) [8], МД сильной связи [9] и теорию функционала плотности [10]. Метод МД позволяет достаточно точно предсказать поведение наноструктур, но к сожалению, требует больших вычислительных мощностей. Поэтому, метод МД имеет недостатки, которые ограничивают его применение небольшими системами, обычно состоящими только из сотен атомов. Однако, появление высокопроизводительных вычислительных кластеров и интерфейсов типа MPI позволяют в некоторой степени обходить эти трудности и проводить вычислительные эксперименты с количеством частиц, необходимым для достаточного точного описания поведения системы.

В связи с вышесказанным, в настоящей работе предпринята попытка описания поведения свободной и нагруженной нанокаплей железа графеновой мембраны с использованием МД-моделирования с целью демонстрации возможности использования графенового листа в качестве датчика ультранизкой массы. Также в исследовании проводится сравнение результатов, полученных с использованием формул для нахождения нагрузочной массы в случае классической мембраны и мембраны толщиной в один атомный слой, обладающей изгибной жесткостью.

2. Методика расчетов и обсуждение результатов

Молекулярно-динамическое (МД) моделирование проводилось с использованием программного пакета LAMMPS на высокопроизводительном вычислительном кластере. Для описания взаимодействия между атомами углерода в решетке графена был применен потенциал REBO. При описании взаимодействия между атомами железа

$Fe-Fe$ и углерода с железом $C-Fe$ был использован потенциал погруженного атома MEAM. Максимальное количество атомов, используемых в моделировании достигало $N = 13790$. Температура системы контролировалась с помощью термостата Нозе-Хувера [11] (NVT-ансамбль) и имела значение $T = 300$ K, временной шаг составлял $\tau = 0{,}1$ фс. В x и y направлении края графенового листа закреплены и применены периодические граничные условия. В направлении z графеновый лист не ограничивается никакими условиями, т.е. свободно подвешен. Нагрузка на графеновый лист в виде нанокапли железа производилась после установления колебаний графенового листа.

Рассмотрим сначала колебания не нагруженной прямоугольной графеновой мембраны размером 185×185 Å, закрепленной по краям. На рис. 1 представлен фрагмент графеновой мембраны в процессе колебания.

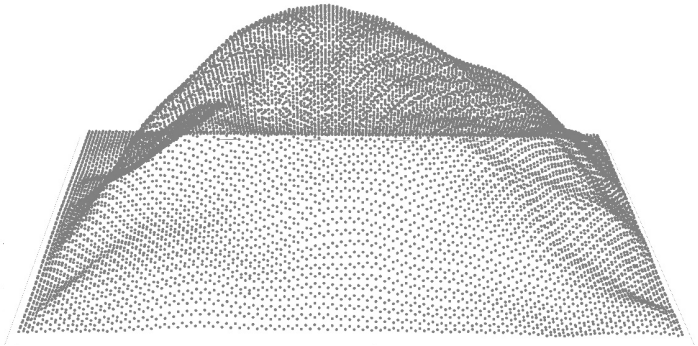

Рис. 1. Колебания графеновой мембраны размером 185×185 Å.

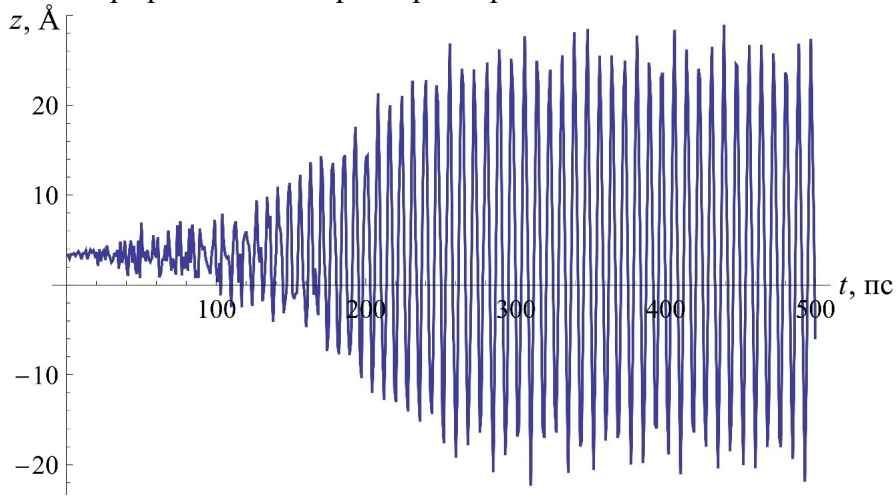

Рис. 2. Временная эволюция смещений по оси z для атома углерода графеновой мембраны.

Здесь стоит заметить, что рассматриваются колебания мембраны, соответствующие только первой колебательной моде ($m = 1$, $n = 1$). На рис. 2 представлена временная зависимость поперечных смещений координаты атома углерода графеновой мембраны.

Для получения частотного спектра исследуемой графеновой мембраны был проведен спектральный анализ с применением

преобразования Фурье к данным МД-моделирования. Полученный спектр приведен на рис. 3.

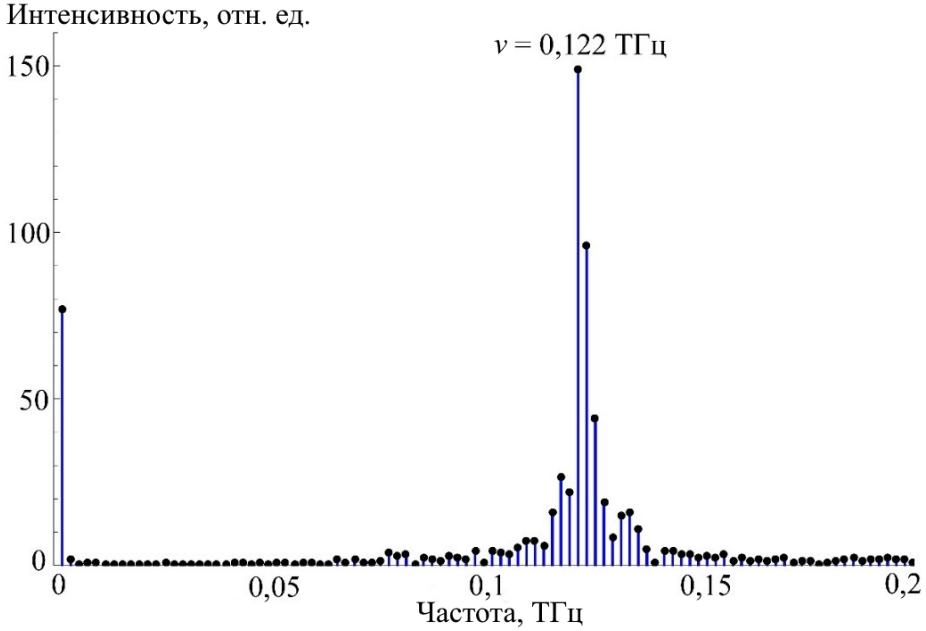

Рис. 3. Частотный спектр скрепленной по краям графеновой мембраны размером 185×185 Å.

Как можно видеть из рис. 3, частота ненагруженной графеновой мембраны, соответствующая первой (основной) колебательной моде, равна $\nu_{MD} = 0{,}122$ ТГц. Полученный результат хорошо согласуется с теоретическим расчетом для частоты, проведенным с использованием уравнения [4]:

$$\omega_{mn} = \frac{\pi}{2}\left(\frac{m^2}{a^2}+\frac{n^2}{b^2}\right)\sqrt{\frac{D}{\rho_m h_g}}\sqrt{1+\frac{1}{\pi^2 D}\frac{N_x\left(\frac{m}{a}\right)^2+N_y\left(\frac{n}{b}\right)^2}{\left[\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2\right]^2}}, \qquad (1)$$

где $\rho_m = 2250$ кг/м^3 – массовая плотность графена, $D = \frac{Eh_g^3}{12\left(1-\mu^2\right)}$ – изгибная жесткость, E – модуль Юнга, μ – коэффициент Пуассона, h_g – эквивалентная толщина для графена, N_x и N_y – начальные продольные напряжения $N_{x,y} = Eh_g\varepsilon_{x,y}$, ε_x и ε_y – деформации по осям x и y соответственно, получаемые из МД-моделирования, где m и n – гармоники, определяемые целыми числами, a и b – размеры графеновой мембраны. Для нахождения частот по формуле (1) использовались значения констант $Eh_g = 245$ Н/м и $\mu = 0{,}41$ [12].

Значение частоты, полученное с использованием выражения (1) составило $\nu_{theor} = 0{,}116$ ТГц. Рассмотрим теперь случай нагруженной

графеновой мембраны. Априори можно сказать, что для данного случая частота будет снижаться обратно пропорционально нагружаемой массе. На рис. 4 показан процесс колебаний графеновой мембраны, нагруженной нанокаплей железа.

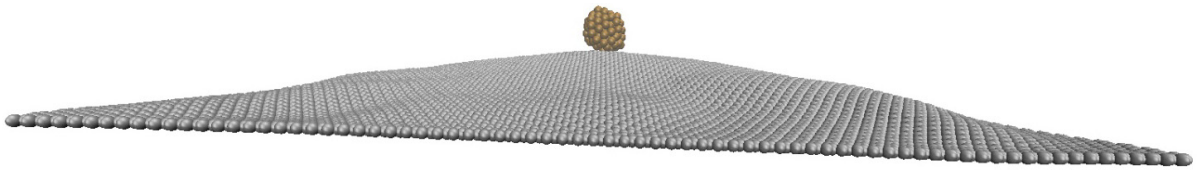

Рис. 4. Колебания графеновой мембраны, нагруженной нанокаплей железа.

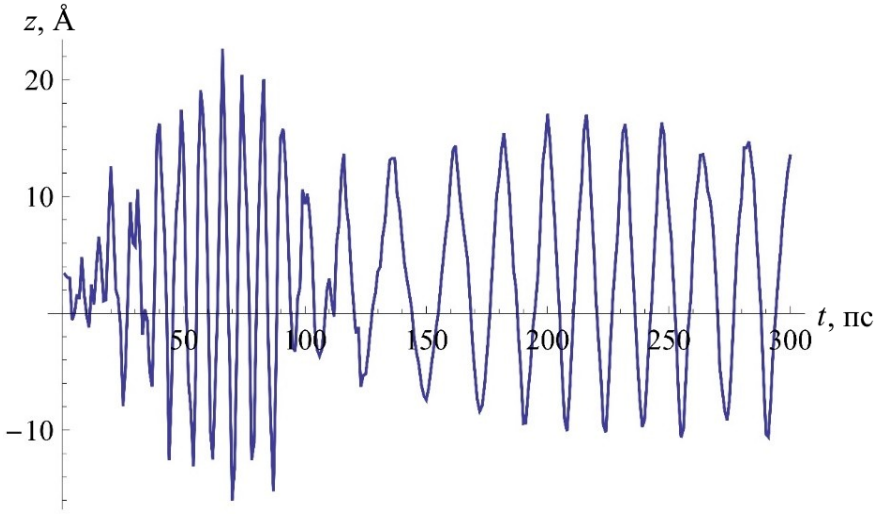

Рис. 5. Временная эволюция смещений по оси z для атома углерода графеновой мембраны, нагруженной 110 атомами железа.

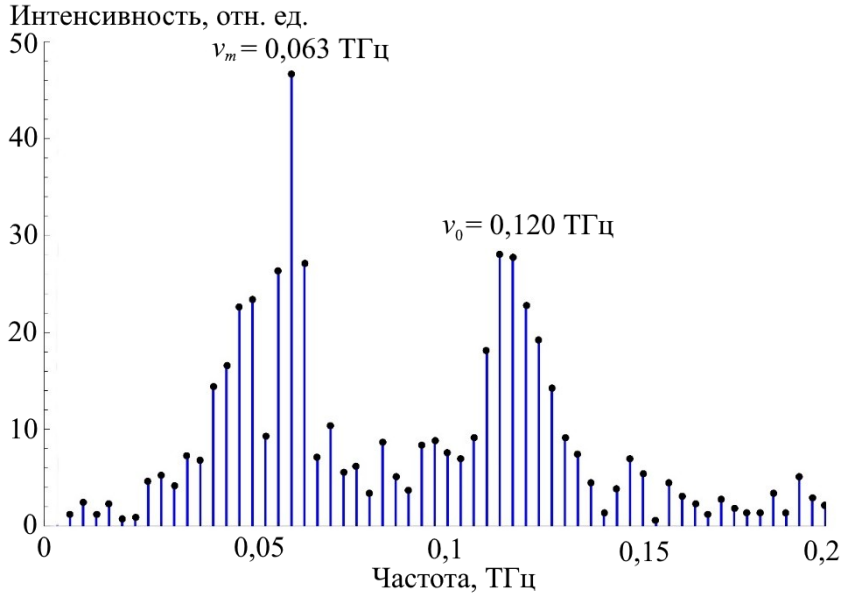

Рис. 6. Частотный спектр закрепленной по краям графеновой мембраны размером 185×185 Å, нагруженной нанокаплей железа. Частота $\nu_0 = 0{,}120$ ТГц соответствует колебаниям не нагруженной мембраны, тогда как частота $\nu_m = 0{,}063$ ТГц является результат нагружения мембраны нанокаплей железа.

Временная зависимость поперечных смещений координаты атома углерода нагруженной 110 атомами железа графеновой мембраны показана на рис. 5.

Из рис. 5 видно, что после установления поперечных колебаний и нагружения мембраны нанокаплей железа, что соответствует моменту времени $t = 100$ пс, частота колебаний мембраны снижается. Полученный для нагруженной мембраны частотный спектр показан на рис. 6.

Частоту колебаний нагруженного графенового листа можно выразить через формулу для классической мембраны [13]:

$$v_1 = v_0\sqrt{1-3,72\frac{M}{m_0}}, \qquad (2)$$

где M – масса нагрузки, m_0 – масса мембраны, v_1 и v_0 – частота колебаний мембраны с нагрузкой и без нагрузки, соответственно. Используя для нахождения массы нагрузки и мембраны формулы:

$$M = \frac{N_{Fe}\mu_{Fe}}{N_A}, \quad m_0 = \frac{N_C\mu_c}{N_A}, \qquad (3)$$

получим $M = 1,02\times10^{-23}$ кг и $m_0 = 2,72\times10^{-22}$ кг. Выражая значение массы нагрузки через частоты v_1 и v_0, имеем $M = 5,71\times10^{-23}$ кг. Видно, что полученное значение массы превышает действительное значение массы нагрузки более чем в 5 раз. Это свидетельствует о том, что модель колебаний нагруженной классической мембраны не вполне корректно применима для графена – мембраны толщиной в один атомный слой. Для графенового листа толщиной в один или несколько атомных слоев оказывается необходимым учет изгибной жесткости D.

Формула для нахождения массы нагрузки используя частоту колебаний нагруженной мембраны с учетом изгибной жесткости имеет вид [14-16]:

$$v_{mn} = \sqrt{\frac{T\pi^2\left(\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2\right)+D\pi^4\left(\left(\frac{m}{a}\right)^2+\left(\frac{n}{b}\right)^2\right)^2}{\rho_S+\rho_{Fe}}}, \qquad (4)$$

где $T = N_x = N_y = 1,1$ Н/м – натяжение мембраны, ρ_S и $\rho_{Fe} = M/S$ – поверхностная плотность графена и железа, соответственно, $S = 10\text{Å}\times10\text{Å}$ – площадь занимаемая каплей железа. Для частоты $v_1 = 0,063$ ТГц имеем значение $M = 1,34\times10^{-23}$ кг, которое достаточно хорошо согласуется с действительным значением массы нагрузки.

3. Заключение

Используя пакет для классической молекулярной динамики LAMMPS проведено моделирование колебаний свободной и нагруженной

нанокаплей железа прямоугольного графенового листа. Масса нанокапли железа определена по данным построенного частотного спектра свободного и нагруженного листа. Для определения массы нагрузки по смещению частоты колебаний листа были применены формулы как для классической мембраны, так и для мембраны толщиной в один атомный слой, обладающей изгибной жесткостью. В случае использования выражений для классической мембраны наблюдается завышение истинного значения нагрузочной массы более чем в 5 раз. Применение модифицированных формул с учетом изгибной жесткости мембраны дает хорошее совпадение с действительным значением массы нагрузки. Таким образом, при определении массы нагрузки с помощью тонких графеновых мембран толщиной в один или несколько атомных слоев, важным оказывается учет величины изгибной жесткости мембраны.

Библиографический список:

1. **Sadeghzadeh, S.** Nanoparticle mass detection by single and multilayer graphene sheets: Theory and simulations / S. Sadeghzadeh // Applied Mathematical Modelling. – 2016. – V. 40. – I. 17-18. – P. 7862-7879. DOI: 10.1016/j.apm.2016.03.051.
2. **Lee, H.-L.** Mass detection using a graphene-based nanomechanical resonator / H.-L. Lee, Y.-C. Yang, W.-J. Chan // Japanese Journal of Applied Physics. – 2013. – V. 52. – № 2R. – P. 025101-1-025101-4. DOI: 10.7567/JJAP.52.025101.
3. **Chu, L.** Vibration analysis of vacancy defected graphene sheets by monte carlo based finite element method / L. Chu, J. Shi, E.S. de Cursi // Nanomaterials. – 2018. – V. 8. – I. 7. – Art. № 489. – 21 p. DOI: 10.3390/nano8070489.
4. **Akhmatov, Z.A.** Dependence of the vibrational frequencies of a graphene sheet on the ratio of its sides and the number of vacancy defects / Z.A. Akhmatov, Z.A. Akhmatov // Letters to Journal of Experimental and Theoretical Physics. – 2025. – V. 121. – I. 9. – P. 702-708. DOI: 10.1134/S0021364024605438
5. **Eringen, A.C.** On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves / A.C. Eringen // Journal of Applied Physics. – 1983. – V. 54. – I. 9. – P. 4703-4710. DOI: 10.1063/1.332803.
6. **Peddieson, J.** Application of nonlocal continuum models to nanotechnology / J. Peddieson, G.R. Buchanan, R.P. McNitt // International Journal of Engineering Science. – 2003. – V. 41. – I. 3-5. – P. 305-312. DOI: 10.1016/S0020-7225(02)00210-0.
7. **Lee, H.-L.** Frequency shift of carbon-nanotube-based mass sensor using nonlocal elasticity theory / H.-L. Lee, J.-C. Hsu, W.-J. Chang // Nanoscale Research Letters. – 2010. –V. 5. – I. 11. – P. 1774-1778. DOI: 10.1007/s11671-010-9709-8.
8. **Nazemnezhad, R.** Molecular dynamics simulation for interlayer interactions of graphene nanoribbons with multiple layers / R. Nazemnezhad, M. Zare, S. Hosseini-Hashemi, H. Shokrollahi // Superlattices and Microstructures. – 2016. – V. 98. – P. 228-234. DOI: 10.1016/j.spmi.2016.08.036.
9. **Gupta, S.S.** Elastic properties and frequencies of free vibrations of single-layer graphene sheets / S.S. Gupta, R.C. Batra // Journal of Computational and Theoretical Nanoscience. – 2010. – V. 7. – I. 10. – P. 2151-2164. DOI: 10.1166/jctn.2010.1598.
10. **Neek-Amal, M.** Linear reduction of stiffness and vibration frequencies in defected circular monolayer graphene / M. Neek-Amal, F.M. Peeters // Physical Review B. – 2010. – V. 81. – I. 23. – P. 235437-1-235437-6. DOI: 10.1103/PhysRevB.81.235437.
11. **Hoover, W.G.** Canonical dynamics: equilibrium phase-space distributions / W.G. Hoover // Physical Review A. – 1985. – V. 31. – I. 3. – P.1695-1697. DOI: 10.1103/PhysRevA.31.1695.
12. **Liu, R.** Thermal vibration of a single-layered graphene with initial stress predicted by semiquantum molecular dynamics / R. Liu, L. Wang, J. Jiang // Materials Research Express. – 2016. – V. 3. – № 9. – Art. № 095601. – 10 p. DOI: 10.1088/2053-1591/3/9/095601.
13. **Kornhauser, E.T.** On the vibration of mass-loaded membranes / E.T. Kornhauser, D. Mintzer // Journal of the Acoustical Society of America. – 1953. – V. 25. – I. 5. – P. 903-906. DOI: 10.1121/1.1907216.

14. **Natsuki, T.** Vibration analysis of nanomechanical mass sensor using double-layered graphene sheets resonators / T. Natsuki, J. X. Shi, Q.-Q. Ni // Journal of Applied Physics. – 2013. – V. 114. – I. 9. – P. 094307-1-094307-5. DOI: 10.1063/1.4820522.
15. **Murmu, T.** Nonlocal mass nanosensors based on vibrating monolayer graphene sheets / T. Murmu, S. Adhikari // Sensors and Actuators B. – 2013. – V. 188. – P. 1319-1327. DOI: 10.1016/j.snb.2013.07.051.
16. **Zhang, Z.** Vibration frequency analysis of rippled single-layered graphene sheet: Toward the nano resonant devices design / Z. Zhang, L. Lan, Y. Wang, C. Wang // Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures. – 2019. – V. 114. – Art. № 113580. – 22 p. DOI: 10.1016/j.physe.2019.113580.

References:

1. Sadeghzadeh S. Nanoparticle mass detection by single and multilayer graphene sheets: Theory and simulations, *Applied Mathematical Modelling,* 2016, vol. 40, issue 17-18, pp. 7862-7879. DOI: 10.1016/j.apm.2016.03.051.
2. Lee H.-L., Yang Y.-C., Chan W.-J. Mass detection using a graphene-based nanomechanical resonator, *Japanese Journal of Applied Physics*, 2013, vol. 52, no. 2R, pp. 025101-1-025101-4. DOI: 10.7567/JJAP.52.025101.
3. Chu L., Shi J., de Cursi E.S Vibration analysis of vacancy defected graphene sheets by monte carlo based finite element method, *Nanomaterials,* 2018, vol. 8, issue 7, art. no. 489, 21 p. DOI: 10.3390/nano8070489.
4. Akhmatov Z. A., Akhmatov Z. A., Dependence of the vibrational frequencies of a graphene sheet on the ratio of its sides and the number of vacancy defects, *Letters to Journal of Experimental and Theoretical Physics,* 2025, vol. 121, issue 9, pp. 702-708. DOI: 10.1134/S0021364024605438.
5. Eringen A.C. On differential equations of nonlocal elasticity and solutions of screw dislocation and surface waves, *Journal of Applied Physics,* 1983, vol. 54, issue 9, pp. 4703-4710. DOI: 10.1063/1.332803.
6. Peddieson J., Buchanan G.R., McNitt R.P. Application of nonlocal continuum models to nanotechnology, *International Journal of Engineering Science*, 2003, vol. 41, issue 3-5, pp. 305-312. DOI: 10.1016/S0020-7225(02)00210-0.
7. Lee H.-L., Hsu J.-C., Chang W.-J. Frequency shift of carbon-nanotube-based mass sensor using nonlocal elasticity theory, *Nanoscale Research Letters*, 2010, vol. 5, issue 11, pp. 1774-1778. DOI: 10.1007/s11671-010-9709-8.
8. Nazemnezhad R., Zare M., Hosseini-Hashemi S., Shokrollahi H. Molecular dynamics simulation for interlayer interactions of graphene nanoribbons with multiple layers, *Superlattices and Microstructures,* 2016, vol. 98, pp. 228-234. DOI: 10.1016/j.spmi.2016.08.036.
9. Gupta S.S., Batra R.C. Elastic properties and frequencies of free vibrations of single-layer graphene sheets, *Journal of Computational and Theoretical Nanoscience,* 2010, vol. 7, issue 10, pp. 2151-2164. DOI: 10.1166/jctn.2010.1598.
10. Neek-Amal M., Peeters F.M. Linear reduction of stiffness and vibration frequencies in defected circular monolayer graphene, *Physical Review B.* 2010, vol. 81, issue 23, pp. 235437-1-235437-6. DOI: 10.1103/PhysRevB.81.235437.
11. Hoover W.G. Canonical dynamics: equilibrium phase-space distributions, *Physical Review. A,* 1985, vol. 31, issue 3, pp. 1695-1697. DOI: 10.1103/PhysRevA.31.1695.
12. Liu R., Wang L., Jiang J. Thermal vibration of a single-layered graphene with initial stress predicted by semiquantum molecular dynamics, *Materials Research Express,* 2016, vol. 3, no. 9, art. no. 095601, 10 p.. DOI: 10.1088/2053-1591/3/9/095601.
13. Kornhauser E.T., Mintzer D. On the vibration of mass-loaded membranes, Journal of the Acoustical Society of America, 1953, vol. 25, issue 5, pp. 903-906. DOI: 10.1121/1.1907216.
14. Natsuki T., Shi J. X., Ni Q.-Q. Vibration analysis of nanomechanical mass sensor using double-layered graphene sheets resonators, *Journal of Applied Physics*, 2013, vol. 114, issue 9, pp. 094307-1-094307-5. DOI: 10.1063/1.4820522.
15. Murmu T., Adhikari S. Nonlocal mass nanosensors based on vibrating monolayer graphene sheets, *Sensors and Actuators B*, 2013, vol. 188, pp. 1319-1327. DOI: 10.1016/j.snb.2013.07.051.
16. Zhang Z., Lan L., Wang Y., Wang C. Vibration frequency analysis of rippled single-layered graphene sheet: Toward the nano resonant devices design, *Physica E: Low-dimensional Systems and Nanostructures*, 2019, vol. 114, art. no. 113580, 22 p. DOI: 10.1016/j.physe.2019.113580.