УДК 548.57 *Оригинальная статья*

Влияние ионов кальция на протекание релаксационных процессов в керамике на основе титаната бария

О.В. Малышкина[1], Р.А. Петров[1], Н.Е. Малышева[2]
[1]ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»
170100, Россия, Тверь, ул. Желябова, 33
[2]ФГКВОУ ВО «Военная академия воздушно-космической обороны им. Маршала Советского Союза Г.К. Жукова»
170022, Россия, Тверь, ул. Жигарева, 50
Olga.Malyshkina@mail.ru

DOI: 10.26456/pcascnn/2026.18.062

Аннотация: В работе проведены сравнительные исследования экспериментальных и рассчитанных на основании математической модели диэлектрических откликов образцов керамики титаната бария-кальция с различным соотношением *Ba*/*Ca*. На основе математического моделирования показано, что у образов $Ba_{1-x}Ca_xTiO_3$ с концентрацией кальция *x* менее 0,25 существует только два релаксационных процесса – высокочастотный (с наиболее вероятным временем релаксации порядка 10^{-8} с), соответствующий тепловой ионной поляризации, и низкочастотный (с наиболее вероятным временем релаксации порядка 1 с), соответствующий миграционной поляризации. Присутствие в образце отдельных зерен титаната кальция, имеющее место при *x* больше 0,25, приводит к увеличению числа низкочастотных релаксационных процессов, о чем свидетельствует наличие не одного, а нескольких наиболее вероятных времён релаксации (со значениями от 10^{-2} до 1 с). Анализ, проведенный с использованием математического моделирования, позволил выявить отсутствие у керамики на основе титаната бария вклада в диэлектрический отклик низкочастотной проводимости, присутствующей у керамики на основе ниобата натрия, не смотря на то, что оба материала имеют структуру типа перовскита.

Ключевые слова: пьезоэлектрическая керамика, бессвинцовые материалы, керамика титаната бария, титанат кальция, дисперсия комплексной диэлектрической проницаемости, релаксационные процессы, резонансная поляризация.

Малышкина Ольга Витальевна – д.ф.-м.н., профессор, заведующая кафедрой компьютерной безопасности и математических методов управления ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»
Петров Роман Андреевич – аспирант 4 года обучения, ФГБОУ ВО «Тверской государственный университет»
Малышева Наталья Евгеньевна – старший преподаватель кафедры № 13, ФГКВОУ ВО «Военная академия воздушно-космической обороны им. Маршала Советского Союза Г.К. Жукова»

Original paper

Effects of calcium ions on the relaxation processes in ceramics based on barium titanate

O.V. Malyshkina[1], R.A. Petrov[1], N.E. Malysheva[2]
[1]Tver State University, Tver, Russia
[2]The Zhukov Air and Space Defense Academy, Tver, Russia

DOI: 10.26456/pcascnn/2026.18.062

Abstract: Comparative studies of experimental and calculated dielectric responses of barium-calcium titanate ceramic samples with different *Ba*/*Ca*. ratios based on a mathematical model were conducted. Based on mathematical modeling, it has been shown that for $Ba_{1-x}Ca_xTiO_3$ samples with a calcium concentration of $x < 0,25$, there are only two relaxation processes: high-frequency (with the most probable relaxation time of ~ 10^{-8}s), corresponding to the thermal ionic polarization, and low-frequency (with the most probable relaxation time of ~ 1 s), corresponding to the migration

© О.В. Малышкина, Р.А. Петров, Н.Е. Малышева, 2026

polarization. The presence of individual grains of calcium titanate in the sample, which occurs at $x > 0{,}25$, leads to an increase in the number of low-frequency relaxation processes, as evidenced by the presence of not one, but several most probable relaxation times (with values from 10^{-2} to 1 s). Analysis using mathematical modeling revealed the absence of a contribution to the dielectric response of barium titanate-based ceramics from the low-frequency conductivity, which is present in sodium niobate-based ceramics, despite the fact that both materials have a perovskite-type structure.
Keywords: piezoelectric ceramics, lead-free materials, barium titanate ceramics, calcium titanate, dispersion of complex permittivity, relaxation processes, resonant polarization.

Olga V. Malyshkina – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Computer Security and Mathematical Control Methods, Tver State University, ORCID: 0000-0001-5885-2511
Roman A. Petrov– 4th year postgraduate student, Tver State University
Nataliya E. Malysheva – Senior Lecture, Department no. 13, The Zhukov Air and Space Defense Academy, ORCID: 0009-0006-8937-5715

Поступила в редакцию/received: 18.07.2026; после рецензирования/revised: 25.08.2026; принята/accepted: 01.09.2026.

1. Введение

Основное промышленное применение в настоящее время имеет пьезоэлектрическая керамика на основе титаната-цирконата свинца (ЦТС) и титаната бария (TB), благодаря высоким значениям диэлектрической проницаемости, пьезоэлектрических модулей и других диэлектрических характеристик [1-5]. Первая (ЦТС), за счет высокой температуры Кюри, используется в качестве рабочих тел пьезоэлектрических преобразователей. Вторая (TB) – для изготовления высокочастотных конденсаторов. В чистом виде керамика TB в качестве пьезоэлектрических датчиков не применяется в связи со сравнительно низкой (~125°C) температурой фазового перехода. Большинство исследованных модификаторов приводит к понижению температуры Кюри керамики TB [6, 7]. В тоже время, не смотря на то, что титанат кальция (TC) обладает сегнетоэлектрическими свойствами только ниже 4,2 К [8-10] замена в небольшом количестве (до 25%) ионов бария ионами кальция повышает температуру фазового перехода на 10 градусов [11], Такого повышения недостаточно для использования керамики TB в пьезоэлектрических преобразователях. В тоже время такая замена, как нами показано в работе [11], способствует стабилизации диэлектрических свойств в низкочастотном диапазоне (от 5 до 200 Гц).

2. Постановка задачи

Цель настоящей работы состоит в выявлении механизмов влияния титаната кальция (TC) на дисперсию диэлектрической проницаемости, что может позволить в дальнейшем расширить частотный диапазон практического применения керамики на основе титаната бария в низкочастотную область. Использование метода математического моделирования диэлектрического отклика, примененного нами ранее для анализа релаксационных процессов в пьезокерамических образцах другого

состава, но с подобной кристаллической структурой, позволит выявить их зависимость от химического состава материала.

Твердофазный синтез материалов $BaTiO_3$ и $CaTiO_3$ для изготовления керамики $(Ba_{1-x}Ca_x)TiO_3$ $(TBCx)$ осуществлялся при температурах 1350°C, и 700°C соответственно. Затем заготовки прессовались и спекались в муфельной печи при температуре 1300°C в течение 4 часов. Для исследования дисперсии диэлектрического отклика были выбраны составы с $x = 0{,}1$; 0,3; 0,5 и 0,7, поскольку, как нами было показано ранее [11], они имеют стабильные частотные характеристики в диапазоне частот от 1 Гц до 20 МГц.

3. Экспериментальные результаты

Исследования комплексной диэлектрической проницаемости проводились в широком температурном интервале, от комнатной температуры (~25°C) до 150°C. Методика проведения эксперимента, получение данных, а также структура полученных данных, были описаны нами ранее [11]. Для всех исследуемых составов строились диаграммы дисперсии комплексной диэлектрической проницаемости $\varepsilon''(\varepsilon')$ (см. рис. 1) и частотные зависимости действительной части комплексной проводимости (см. рис. 2). Согласно [12, 13], по виду диаграмм дисперсии диэлектрической проницаемости можно оценить характер релаксационных процессов в материале.

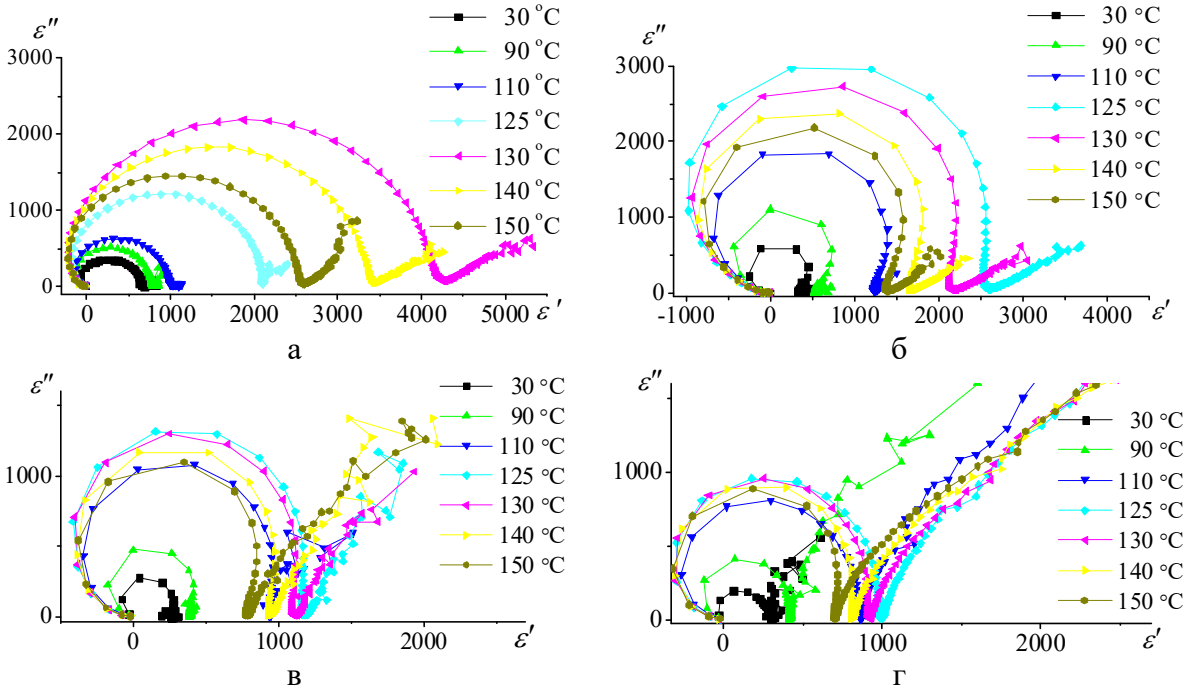

Рис. 1. Диаграммы дисперсии диэлектрической проницаемости образцов керамики: а – $TBC0{,}1$; б – $TBC0{,}3$; в – $TBC0{,}5$; г – $TBC0{,}7$.

Зависимость $\varepsilon''(\varepsilon')$ в низкочастотной области у всех исследованных составов керамики *TBCx* (см. рис. 1) имеет линейный характер, что свойственно сегнетоэлектрическим керамикам, и свидетельствует о присутствии в образцах миграционной поляризации. Частота перехода к миграционной поляризации, как следует из представленных экспериментальных данных, не зависит ни от состава керамики *TBCx*, ни от температуры измерения и лежит в диапазоне 6-8 кГц. Вид диаграмм в области более высоких частот позволяет сделать вывод о присутствии в образцах еще несколько различных релаксационных процессов, кроме миграционной поляризации.

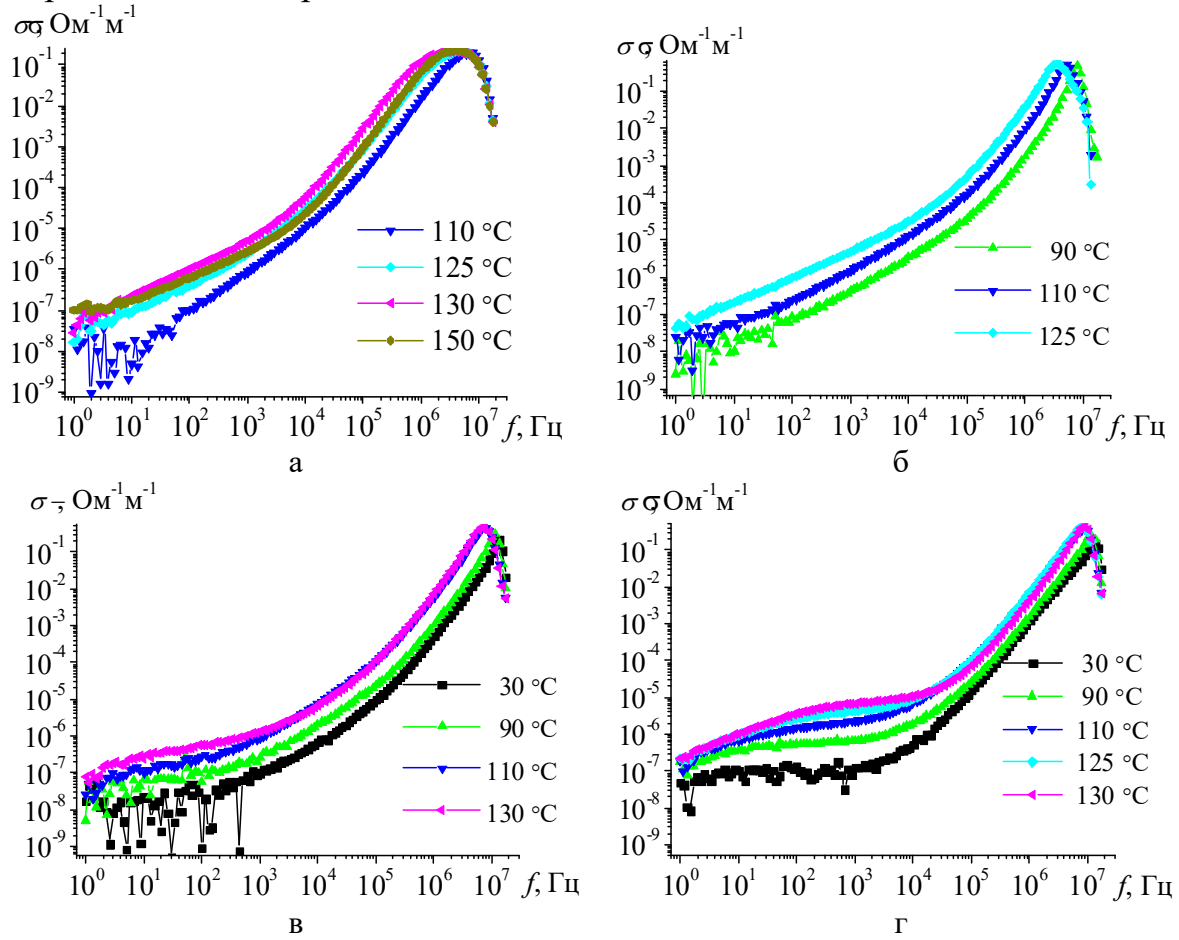

Рис. 2. Частотные зависимости действительной части комплексной проводимости образцов: а – $TBC0{,}1$; б – $TBC0{,}3$; в – $TBC0{,}5$; г – $TBC0{,}7$.

Вид полученных диаграмм свидетельствует о присутствии двух типов процесса поляризации в сравнительно высокочастотной области (выше 100 кГц): первого – релаксационного процесса, который описывается теориями Дебая, Коула-Коула, Гаврильяка-Негами, и второго – дисперсии резонансного типа [12, 13]. Каждый из этих процессов имеет определенный вид диаграммы. В современных реальных образцах редко можно наблюдать процессы, которые будут описываться только одной из

вышеперечисленных теорий. Чаще всего вид диаграммы имеет плавный переход между дугами разного радиуса, а затем дуга переходит в окружность. Такое поведение свидетельствует об одновременном протекании разных процессов. Пользуясь только одним графическим методом сложно разделить эти процессы. Поэтому для анализа релаксационных процессов мы применили метод математического моделирования, подробно рассмотренный нами ранее [14-16].

3. Математическое моделирование

Апробация метода математического моделирования диэлектрического отклика была проведена нами на пьезоэлектрических керамиках на основе ниобата натрия [14-16]. Уже первый оценочный расчет диэлектрического отклика с использованием эмпирического уравнения теории Гаврильяка-Негами показал принципиальное различие в поведении релаксационных процессов в материалах на основе ниобата натрия (исследуемых нами ранее) и на основе титаната бария, рассматриваемых в настоящей работе. Попытка учесть вклады от низкочастотных процессов, не увенчалась успехом. Модельные расчеты показали, что, в отличие от керамик на основе ниобата натрия, для которых расчетный и экспериментально наблюдаемый диэлектрический отклика совпадают только при учете низкочастотных процессов проводимости [14, 16], у керамики на основе титаната бария их вклад в диэлектрический отклик отсутствует. При учете в математической модели слагаемого, отвечающего за вклад низкочастотной проводимости, наблюдалось сильное расхождение с экспериментальными зависимостями. По всей видимости, это обусловлено тем, что у образцов $TBC0{,}1$ и $TBC0{,}3$ на частотных зависимостях действительной части комплексной проводимости в низкочастотной области отсутствует полка, свидетельствующая о присутствии в образцах проводимости на постоянном токе (см. рис. 2 а, б). У образца $TBC0{,}7$ такая полка в низкотемпературной области (до 110°С) существует (см. рис. 2 г), но значение проводимости составляет 10^{-7} Ом-1·м$^{-1}$, что на два порядка меньше, чем у керамик на основе ниобата натрия [15, 16].

В качестве основного уравнения для модельного расчета использовалось уравнение для диэлектрического отклика, подробный вывод которого представлен нами в [16]:

$$\varepsilon^*(\omega)-\varepsilon(\infty)=\sum_{n=1}^{N}\frac{\varepsilon_n(0)-\varepsilon_n(\infty)}{\left(1+\left(i\omega\tau_n\right)^{1-\lambda_n}\right)^{\gamma}}+\frac{\varepsilon(0)-\varepsilon(\infty)}{1-\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2+i\Gamma\frac{\omega}{\omega_o}}-\frac{1}{\varepsilon_o}\tau_\sigma\sigma_\infty\frac{1-i\omega\tau_\sigma}{1+\left(\omega\tau_\sigma\right)^2}, \qquad (1)$$

где N – количество релаксационных процессов, $\varepsilon(\infty)$ – диэлектрическая

проницаемость соответствующая бесконечной частоте, $\varepsilon_o = 8{,}85 \cdot 10^{-12}$ Ф/м – диэлектрическая постоянная, Γ – параметр затухания, σ_∞ – проводимость на бесконечной частоте, $\tau_\sigma = 1/\omega_o$ – время релаксации тока проводимости; ω_o – частота резонансной поляризации, τ_n (где $n = 1, 2, \ldots, N$) – времена релаксации различных релаксационных процессов, $\lambda_n = 2\psi / \pi$ – ширина спектра времен релаксации каждого из процессов, ψ – угол раствора дуги диаграммы $\varepsilon''(\varepsilon')$, $\varepsilon_n(0)$ и $\varepsilon_n(\infty)$ – есть максимальная и минимальная диэлектрическая проницаемость для каждого процесса соответственно [15, 16].

С помощью программы, написанной на языке Python и имеющей в своей основе формулу (1), были смоделированы диаграммы, которые практически в точности повторяют экспериментальные кривые (см. рис. 3, 4).

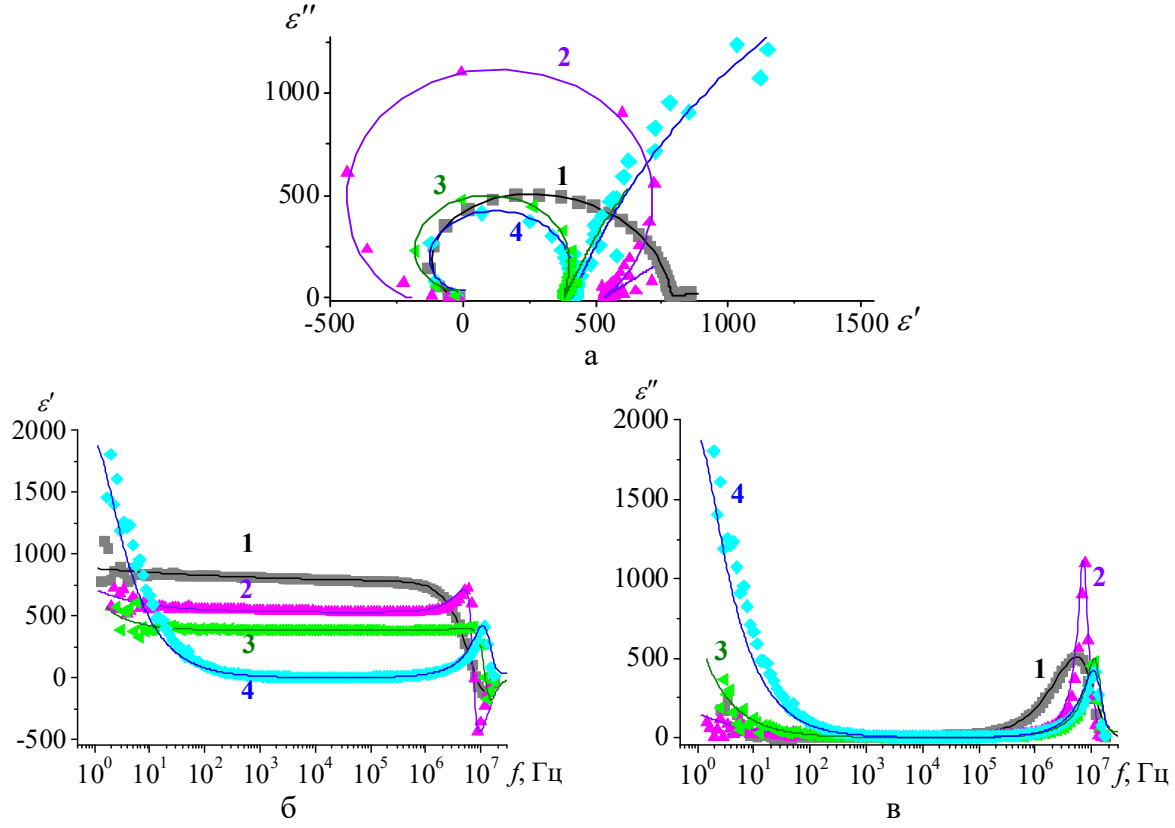

Рис. 3. Диаграммы дисперсии диэлектрической проницаемости (а) и частотные зависимости действительной (б) и мнимой (в) частей диэлектрической проницаемости образцов керамики *TBCx*. Кривая 1 – $x = 0{,}1$; 2 – 0,3; 3 – 0,5; 4 – 0,7. Символами обозначены экспериментальные данные, сплошные линии – результат моделирования. Температура 90°С.

В качестве «опорных» параметров использовались соответствующие значения, определяемые из экспериментальных данных по методике,

подробно рассмотренной нами в работах [14] и [16]. Затем осуществлялось варьирование значений в некотором диапазоне. Для более точного подбора параметров при проведении расчетов, графическое построение проводилось как для диаграмм дисперсии, так и для частотных зависимостей мнимой и действительной частей комплексной диэлектрической проницаемости. Предположение о существовании не одного, а большего количества различных релаксационных процессов, позволило получить практически полное совпадение формы модельного диэлектрического отклика с наблюдаемым в эксперименте.

Расчет диэлектрического отклика образцов керамик *TBCx* по формуле (1) был проведен для температуры 90°С (см. рис. 3), и температуры Кюри (определяемой по температуре максимума диэлектрической проницаемости) – для твердого раствора $TBC0{,}1$ это 131°С, для $TBC0{,}3$; $TBC0{,}5$ и $TBC0{,}7$ – 125°С (см. рис. 4).

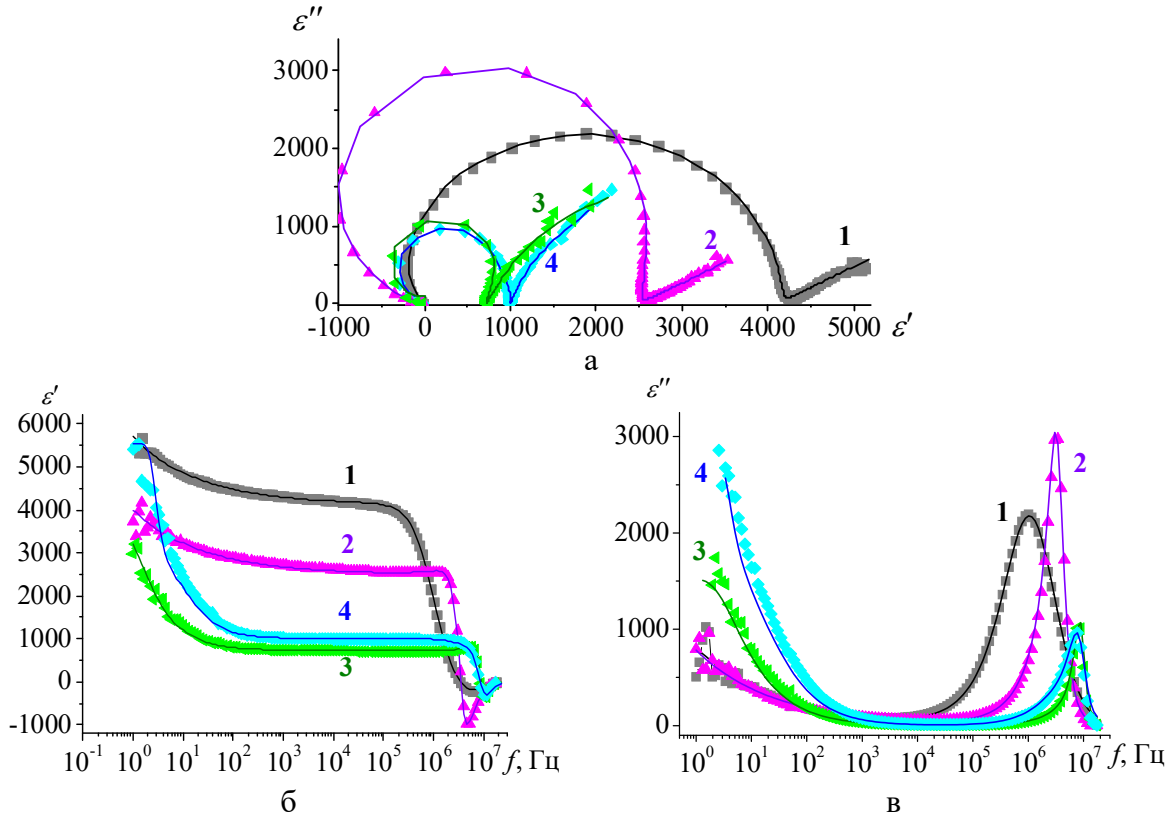

Рис. 4. Диаграммы дисперсии диэлектрической проницаемости (а) и частотные зависимости действительной (б) и мнимой (в) частей диэлектрической проницаемости образцов керамики *TBCx*. Кривая 1 – $x = 0{,}1$; 2 – 0,3; 3 – 0,5 и 4 – 0,7. Символами обозначены экспериментальные данные, сплошные линии – результат моделирования. Температуры: кривая 1 – 131°С, кривые 2-4 – 125°С.

Результат моделирования дал информацию о количестве протекающих релаксационных процессов с различными наиболее

вероятными временами релаксации, а также количество типов поляризации.

4. Заключение

Моделирование диэлектрического отклика керамики титаната бария-кальция показало, что у твердого раствора *TBCx* присутствуют два типа поляризации: релаксационная поляризация и поляризация резонансного типа. Релаксационная поляризация имеет два механизма: тепловая ионная поляризация (наиболее вероятное время релаксации ~10^{-8} с) и миграционная поляризация (наиболее вероятное время релаксации ~1 с). Причем времена релаксации незначительно уменьшаются с ростом температуры.

У состава $TBC0{,}3$, имеющего, как было показано нами в работе [7], незначительное количество кристаллитов чистого *TC*, каждый механизм представлен одним релаксационным процессом, наиболее вероятное время релаксации которых всего в 1,5 раза меньше, чем у $TBC0{,}1$. С увеличением концентрации зерен чистого *TC* в составе образцов *TBCx* число низкочастотных релаксационных процессов, соответствующих миграционной поляризации, увеличивается. У состава $TBC0{,}5$ в этой области имеет место два релаксационных процесса с наиболее вероятными временами релаксации ~0,1 с. У состава $TBC0{,}7$ таких процессов 4, их наиболее вероятные времена релаксации лежат в интервале 10^{-2}-1 с. В тоже время у всех образцов механизм тепловой ионной поляризация представлен релаксационным процессом, наиболее вероятное время релаксации которого практически не зависит от её состава и составляет ~10^{-8} с.

Такое различие в количестве низкочастотных релаксационных процессов и не зависимость высокочастотного релаксационного процесса от состава исследуемых образцов позволяет заключить, что механизм тепловой ионной поляризации определяется кристаллической структурой зерен, которая одинакова для керамик *TBCx* и *TC*. Тогда как причиной возникновения миграционной поляризации служат микроскопические дефекты – в случае керамики – границы зерен. Именно различие в зеренной структуре состава $TBC0{,}1$ (имеет крупные, плотно упакованные зерна [11]) и $TBC0{,}5$ и $TBC0{,}7$, у которых присутствует большое количество относительно мелких зерен состава *TC* [11], приводит к появлению у этих составов дополнительных низкочастотных релаксационных процессов.

Работа выполнена с использованием оборудования Центра коллективного пользования Тверского государственного университета.

Библиографический список:

1. **Saito, Y.** Lead-free piezoceramics / Y. Saito, H. Takao, T. Tani et al. // Nature. – 2004. – V. 432. – I. 7013. – P. 84-87. DOI: 10.1038/nature03028.
2. **Rödel, J.** Transferring lead-free piezoelectric ceramics into application / J. Rödel, K.G. Webber, R. Dittmer et al. // Journal of the European Ceramic Society. – 2015. – V. 35. – I. 6. – P. 1659-1681. DOI: 10.1016/j.jeurceramsoc.2014.12.013.
3. Advanced piezoelectric materials. Science and technology / ed. by K. Uchino. – Oxford, Cambridge, Philadelphia, New Delhi: Woodhead Publishing Limited, 2010. – 696 p.
4. **Головнин, В.А.** Физические основы, методы исследования и практическое применение пьезоматериалов / В.А. Головнин, И.А. Каплунов, О.В. Малышкина, Б.Б. Педько, А.А. Мовчикова. – М.: ТЕХНОСФЕРА, 2013. – 272 с.
5. Polar oxides: properties, characterization, and imaging / ed. by R. Waser, U. Böttger, S. Tiedke. – Weinheim: John Wiley & Sons, 2006. – 391 p.
6. **Смоленский, Г.А.** Сегнетоэлектрические свойства твердых растворов станата бария в титанате бария / Г.А. Смоленский, В.А. Исупов // Журнал технической физики. – 1954. – Т. 24. – Вып. 8. – С. 1375-1386
7. **Buscaglia, M.T**. Influence of foreign ions on the crystal structure of $BaTiO_3$ / M.T. Buscaglia, V. Buscaglia, M.Viviani et al. // Journal of the European Ceramic Society. – 2000. – V. 20. – I. 12. – P. 1997-2007. DOI: 10.1016/S0955-2219(00)00076-5.
8. **Eklund, C.J.** Strain-induced ferroelectricity in orthorhombic $CaTiO_3$ from first principles / C.J. Eklund, C.J. Fennie, K.M. Rabe // Physical Review B. Condensed Matter and Materials Physics. – 2009. – V. 79. – I. 22. – P. 220101-1-2220101-4. DOI: 10.1103/PhysRevB.79.220101.
9. **Železný, V.** Temperature dependence of infrared-active phonons in $CaTiO_3$: a combined spectroscopic and first-principles study / V. Železný, E. Cockayne, J. Petzelt et al. // Physical Review B. – 2002. – V. 66. – I. 22. – P. 224303-1224303-12. DOI: 10.1103/PhysRevB.66.224303.
10. **Moriwake, H.** First-principles calculations of lattice dynamics in $CdTiO_3$ and $CaTiO_3$: Phase stability and ferroelectricity / H. Moriwake, A. Kuwabara, C.A.J. Fisher et al. // Physical Review B. – 2011. – V. 84. – I. 10. – P. 104114-1-104114-8. DOI: 10.1103/PhysRevB.84.104114.
11. **Петров, Р.А.** Установление области несмешиваемости титаната бария и титаната кальция при образовании керамики / Р.А. Петров, О.В. Малышкина, А.И. Иванова // Физика твердого тела. – 2026. – Т. 68. – Вып. 4. – С. 591-596. DOI: 10.61011/FTT.2026.04.63321.8998.
12. **Поплавко, Ю.М.** Физика диэлектриков / Ю.М. Поплавко. – Киев: Вища школа, Головное изд-во, 1980. – 400 с.
13. **Jonscher, A.K.** Universal relaxation law: a sequel to dielectric relaxation in solids / A.K. Jonscher. – London: Chelsea Dielectrics Press Limited, 1996. – 415 p.
14. **Малышева, Н.Е.** Моделирование диэлектрического отклика пьезоэлектрической керамики / Н.Е. Малышева, Е.В. Дьякова, О.В. Малышкина // Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. – 2023. – Вып. 15. – С. 481-494. DOI: 10.26456/pcascnn/2023.15.481
15. **Малышкина, О.В.** Причины отрицательного диэлектрического отклика в частотном диапазоне 0.5 – 20 MHz: моделирование и эксперимент (на примере керамики ниобата натрия) / О.В. Малышкина, Н.Е. Малышева, Е.В. Дьякова, М. Али // Физика твердого тела. – 2024. – Т. 66. – Вып. 8. – С. 1384-1390. DOI: 10.61011/FTT.2024.08.58604.100.
16. **Малышкина, О.В.** Релаксационные процессы в пористой керамики ниобата калия-натрия / О.В. Малышкина, Н.Е. Малышева, Д.В. Мамаев // Физика твердого тела. – 2025. – Т. 67. – Вып. 5. – С. 852-860. DOI: 10.61011/FTT.2025.05.60750.87-25.

References:

1. Saito Y., Takao H., Tani T. et al. Lead-free piezoceramics, *Nature*, 2004, vol. 432, issue 7013, pp. 84-87. 10.1038/nature03028.
2. Rödel J., Webber K.G., Dittmer R. et al. Transferring lead-free piezoelectric ceramics into application, *Journal of the European Ceramic Society*, 2015, vol. 35, issue 6, pp. 1659-1681. DOI:10.1016/j.jeurceramsoc.2014.12.013.
3. Advanced piezoelectric materials. Science and technology, ed. by K. Uchino. Oxford, Cambridge, Philadelphia, New Delhi, Woodhead Publishing Limited, 2010, 696 p.
4. Golovnin V.A., Kaplunov I.A., Malyshkina O.V., Ped'ko B.B., Movchikova A.A. *Fizicheskie osnovy, metody issledovaniya i prakticheskoe primenenie p'ezomaterialov* [Physical foundations, research methods and practical application of piezomaterials]. Moscow, TEKHNOSFERA Publ., 2013, 272 p. (In Russian).

5. Polar oxides: properties, characterization, and imaging, ed. by R. Waser, U. Böttger, S. Tiedke. Weinheim, John Wiley & Sons, 2006, 391 p.
6. Smolensky G.A., Isupov V.A. Segnetoelektricheskie svojstva tverdykh rastvorov stanata bariya v titanate bariya [Ferroelectric properties of solid solutions of barium stanate in barium titanate], *Zhurnal tekhnicheskoj fiziki [Journal of Technical Physics]*, 1954, vol. 24, issue 8, pp. 1375-1386. (In Russian).
7. Buscaglia M.T., Buscaglia V., Viviani M. et al. Influence of foreign ions on the crystal structure of $BaTiO_3$ *Journal of the European Ceramic Society*, 2000, vol. 20, issue 12, pp. 1997-2007. DOI: 10.1016/S0955-2219(00)00076-5.
8. Eklund C.J., Fennie C.J., Rabe K.M. Strain-induced ferroelectricity in orthorhombic $CaTiO_3$ from first principles. *Physical Review B. Condensed Matter and Materials Physics,* 2009, vol. 79, issue 22, pp. 220101-1-2220101-4. DOI: 10.1103/PhysRevB.79.220101.
9. Železný V., Cockayne Eric, Petzelt J. et al. Temperature dependence of infrared-active phonons in $CaTiO_3$: a combined spectroscopic and first-principles study, *Physical Review B*, 2002, vol. 66, issue 22, pp. 224303-1224303-12. DOI: 10.1103/PhysRevB.66.224303.
10. Moriwake H., Kuwabara A., Fisher C.A.J. et al. First-principles calculations of lattice dynamics in $CdTiO_3$ and $CaTiO_3$: Phase stability and ferroelectricity. *Physical Review B*, 2011, vol. 84, issue10, pp. 104114-1-104114-8. DOI: https://doi.org/10.1103/PhysRevB.84.104114.
11. Petrov R.A., Malyshkina O.V., Ivanova A.I. Ustanovleniye oblasti nesmeshivayemosti titanata bariya i titanata kal'tsiya pri obrazovanii keramiki [Determination of the miscibility gap of barium titanate and calcium titanate during the formation of ceramics], *Fizika tverdogo tela* [*Physics of the Solid State*], 2026, vol. 68, issue 4, pp. 591-596. DOI: 10.61011/FTT.2026.04.63321.8998.
12. Poplavko Yu.M. *Fizika dielektrikov* [Physics of dielectrics]. Kiev, Vishcha shkola, Golovnoe izd-vo, 1980, 400 p. (In Russian).
13. Jonscher A.K. *Universal relaxation law: a sequel to dielectric relaxation in solids*. London, Chelsea Dielectrics Press Limited, 1996, 415 p.
14. Malysheva N.E., Dyakova E.V., Malyshkina O.V. Modelirovaniye dielektricheskogo otklika p'yezoelektricheskoy keramiki [Simulation of the dielectric response of piezoelectric ceramics], *Fiziko-khimicheskie aspekty izucheniya klasterov, nanostruktur i nanomaterialov [Physical and chemical aspects of the study of clusters, nanostructures and nanomaterials*], 2023, issue 15, pp. 481-494. DOI: 10.26456/pcascnn/2023.15.481. (In Russian).
15. Malyshkina O.V., Malysheva N.E., Dyakova E.V., Ali M. Reasons for the negative dielectric response in the frequency range 0.5–20 MHz: modeling and experiment (using the example of sodium niobate ceramics), *Physics of the Solid State,* 2024, vol. 66, issue 8, pp. 1329-1335. DOI: DOI: 10.61011/PSS.2024.08.59056.100.
16. Malyshkina O.V., Malysheva N.E., Mamaev D.V. Relaksatsionnyye protsessy v poristoy keramiki niobata kaliya-natriya, *Physics of the Solid State,* 2025, vol. 67, issue 5, pp. 816-823. DOI: 10.61011/PSS.2025.05.61495.87-25.