Министерство науки и высшего образования
Российской Федерации
Федеральное государственное
бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Тверской государственный университет»

**ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ
ИЗУЧЕНИЯ КЛАСТЕРОВ,
НАНОСТРУКТУР
И НАНОМАТЕРИАЛОВ**

**PHYSICAL AND CHEMICAL ASPECTS
OF THE STUDY OF CLUSTERS,
NANOSTRUCTURES AND
NANOMATERIALS**

**FIZIKO-HIMIČESKIE ASPEKTY
IZUČENIÂ KLASTEROV,
NANOSTRUKTUR I NANOMATERIALOV**

выпуск 12

ТВЕРЬ 2020

УДК 620.22:544+621.3.049.77+539.216.2:537.311.322: 530.145

ББК Ж36:Г5+В379

Ф50

Рецензирование статей осуществляется на основании Положения о рецензировании статей и материалов для опубликования в журнале «Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов».

Официальный сайт издания в сети Интернет:

<https://www.physchemaspects.ru>

Ф50 Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов [Текст]. – Тверь: Твер. гос. ун-т, 2020. – Вып. 12. – 908 с.

Зарегистрирован Федеральной службой по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций, свидетельство о регистрации СМИ ПИ № ФС77-47789 от 13.12.2011.

Издание составлено из оригинальных статей, кратких сообщений и обзоров теоретического и экспериментального характера, отражающих результаты исследований в области изучения физико-химических процессов с участием кластеров, наноструктур и наноматериалов физики, включая межфазные явления и нанотермодинамику. Журнал предназначен для научных и инженерно-технических работников, преподавателей ВУЗов, студентов и аспирантов. Издание подготовлено на кафедре общей физики Тверского государственного университета.

Переводное название: Physical and chemical aspects of the study of clusters, nanostructures and nanomaterials

Транслитерация названия: Fiziko-himičeskie aspekty izučeniâ klasterov, nanostruktur i nanomaterialov

УДК 620.22:544+621.3.049.77+539.216.2:537.311.322: 530.145

ББК Ж36:Г5+В379

Print ISSN 2226-4442

Online ISSN 2658-4360

© Коллектив авторов, 2020

© Тверской государственный университет, 2020

УДК 539.3, 05.13.00

Оригинальная статья

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКОГО ПОВЕДЕНИЯ ГРАФЕНА И СИЛИЦЕНА В РАМКАХ ОБЩЕГО ГАРМОНИЧЕСКОГО ПОЛЯ

М.А. Журавков, Ю.Е. Нагорный, Д.Н. Политаев

Белорусский государственный университет

220030, Республика Беларусь, Минск, пр-т Независимости, 4

nagorny.yury@gmail.com

DOI: 10.26456/pcascnn/2020.12.415

Аннотация: В статье представлены результаты применения модели общего гармонического поля для численного моделирования механических свойств близких по геометрической форме образцов наноструктур графена и силицена. Проведён расчёт коэффициентов жёсткости элементов для этой модели на основе жёсткостей пары базовых через собственные частоты колебаний трёхузловых фрагментов. Приведены зависимости упругих модулей от линейных размеров. В обоих случаях наблюдается рост модуля продольной упругости с выходом на асимптоту при увеличении длины образца и очень слабая зависимость от его ширины. Коэффициент поперечной деформации уменьшается с ростом ширины. Увеличение длины даёт у графена рост данного показателя, а у силицена – его снижение.

Ключевые слова: *общее гармоническое поле, графен, силицен, упругие коэффициенты, собственные частоты колебаний, модуль Юнга, коэффициент Пуассона.*

1. Введение

Графен [1] и силицен [2] представляют собой два новых материала из разряда наноструктур. Данные структуры являются однослойными пластинками из углерода и кремния соответственно. Ячейки образуют шестиугольники, в вершинах которых располагаются атомы. Если графен представляет собой плоскую структуру и его ячейки – это правильные шестиугольники, то у силицена более сложное пространственное строение. Хотя атомы расположены также в вершинах шестиугольников, но наблюдается периодическое отклонение его атомов от плоскости, фактически они лежат на двух параллельных плоскостях, то есть пластинка представляет собой «гофрированный лист».

Проведение численного моделирования состояния указанных структур представляется наиболее эффективным и целесообразным вследствие малости их размеров, составляющих десятки нанометров, что, естественно, практически делает невозможным выполнение механических испытаний. Помимо этого, дополнительной проблемой является сложность получения бездефектных структур. В тоже время потребность в знании свойств данных структур является весьма актуальной [3, 4].

Модель общего гармонического поля (ОГП) [5] базируется на предположении, что в молекулярной структуре имеет место взаимодействие всех атомов со всеми. Данное предположение соответствует действительности, так как в молекуле образуется единое электронное

облако. Вопрос заключается только в способе реализации этой модели. Учёт всех возможных связей представляет собой большую сложность и мало необходим для реальных целей, так как с увеличением расстояния резко падает сила связи и соответственно её влияние на механические характеристики вещества. Минимально возможный радиус действия сил равен длине валентной связи. Именно такая структура, с центром в одном из атомов, включённая в круг радиусом, равным этой связи, рассматривалась в работе [6] в качестве базовой для осуществления в рамках ОГП. Она включает в себя четыре атома. Матрица жёсткости структурного элемента, построенная из общих требований равновесия сил и моментов, для ситуации, когда элемент имеет три оси симметрии, совпадающие с валентными связями, содержит только четыре независимых коэффициента. Это позволяет разложить матрицу жёсткости на набор матриц жёсткости четырёх отдельных типов элементов (см. рис. 1): пары упругих отрезков [7], моделирующих валентную связь (1) и силу Ван-дер-Ваальса (2); и два угловых элемента [8] между парой валентных связей, исходящих из одного атома (3), и угловым элементом между валентной связью и связью Ван-дер-Ваальса (4). У каждого из них своя жёсткость.

Рис. 1. Образцы связей.

2. Получение коэффициентов жёсткости элементов

Коэффициенты для матриц жёсткости этих четырёх элементов получены пересчётом, через собственные частоты колебаний трёхузловых фрагментов, силицена и графена соответственно. Эти фрагменты применяются для моделирования системы из атома и двух его ближайших соседей.

Для получения частот в обоих случаях решается уравнение

$$\det([K] - \omega^2[M]) = 0, \quad (1)$$

где $[K]$ – матрица жёсткости системы, $[M]$ – диагональная матрица, содержащая на главной диагонали массы атомов соответственно углерода $m_C = 2,00824 \cdot 10^{-26}$ кг и кремния $m_{Si} = 4,6929 \cdot 10^{-26}$ кг, ω – собственная частота колебаний структуры. Для графена рассматривается система из двух линейных упругих отрезков, моделирующих валентные связи, и упругого угла с жёсткостью соответственно $k_1 = 938$ ккал·моль⁻¹·(Å)⁻², $k_\gamma = 126$ ккал·моль⁻¹·рад⁻² [9]. Для силицена к паре отрезков добавляется

третий упругий отрезок, предназначенный для моделирования связи атомов, расположенных через один. Их жёсткости составляют: $k_1 = 161,7 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}$ и $k_2 = 9,3 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}$ [10]. Решение уравнения даёт набор из трёх частот. С их помощью составляются системы из трёх уравнений:

$$\det([K]_{GHF} - \omega_i^2 [m]) = 0, \quad i = \overline{1,3}. \quad (2)$$

где $[K]_{GHF}$ – матрица жёсткости трёхузлового фрагмента (GHF – general harmonic field). Она состоит из матрицы жёсткости, построенной на предыдущем этапе с добавлением двух матриц жёсткости упругих углов типа 4 и одного упругого отрезка типа 2 для графена. Для силицена вместо матрицы жёсткости упругого отрезка используется матрица угла типа 3. Результирующая матрица содержит полный набор из четырех независимых коэффициентов. Превышение числа коэффициентов над числом уравнений приводит к неоднозначности решений. Возникает зависимость трёх коэффициентов от четвёртого. Для графена это:

$$\begin{aligned} k_{1(GHF)} &= \frac{1}{6} \left(3k_1 - 6k_{2(GHF)} + 10 \frac{k_{\gamma 1}}{a^2} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{9k_1^2 + 18k_1 k_{2(GHF)} - 36k_{2(GHF)}^2 - 60k_1 k_{\gamma 1} + 60k_{2(GHF)} k_{\gamma 1} + 100k_{\gamma 1}^2} \right), \\ k_{\gamma 1(GHF)} &= \frac{1}{5} a^2 \left(-3k_1 - 8k_{2(GHF)} + 15 \frac{k_{\gamma 1}}{a^2} + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{9k_1^2 + 18k_1 k_{2(GHF)} - 36k_{2(GHF)}^2 - 60k_1 k_{\gamma 1} + 60k_{2(GHF)} k_{\gamma 1} + 100k_{\gamma 1}^2} \right), \\ k_{\gamma 2(GHF)} &= \frac{1}{2} a^2 \left(3k_1 + 6k_{2(GHF)} - 10 \frac{k_{\gamma 1}}{a^2} - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{9k_1^2 + 18k_1 k_{2(GHF)} - 36k_{2(GHF)}^2 - 60k_1 k_{\gamma 1} + 60k_{2(GHF)} k_{\gamma 1} + 100k_{\gamma 1}^2} \right). \end{aligned} \quad (3)$$

В общем виде для силицена зависимость выглядит так [11]:

$$\begin{aligned} k_{1(GHF)} &= \frac{1}{6} \left(3k_1 - 6k_{2(GHF)} + 4k_2 + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{9k_1^2 + 18k_1 k_{2(GHF)} - 36k_{2(GHF)}^2 - 6k_1 k_2 + 24k_{2(GHF)} k_2 + 16k_2^2} \right), \\ k_{\gamma 1(GHF)} &= \frac{1}{5} a^2 \left(-3k_1 - 8k_{2(GHF)} + 6k_2 + \right. \\ &\quad \left. + \sqrt{9k_1^2 + 18k_1 k_{2(GHF)} - 36k_{2(GHF)}^2 - 6k_1 k_2 + 24k_{2(GHF)} k_2 + 16k_2^2} \right), \\ k_{\gamma 2(GHF)} &= \frac{1}{2} a^2 \left(3k_1 + 6k_{2(GHF)} - 4k_2 - \right. \\ &\quad \left. - \sqrt{9k_1^2 + 18k_1 k_{2(GHF)} - 36k_{2(GHF)}^2 - 6k_1 k_2 + 24k_{2(GHF)} k_2 + 16k_2^2} \right), \end{aligned} \quad (4)$$

где k_1 и $k_{1(GHF)}$ – жёсткость валентной связи соответственно в рамках поля центральных сил и ОГП, k_2 и $k_{2(GHF)}$ – жёсткость элемента, моделирующего силы Ван-дер-Ваальса связи соответственно в рамках поля центральных сил и ОГП, $k_{\gamma 1(GHF)}$ и $k_{\gamma 2(GHF)}$ – жёсткости угловых элементов типа 3 и 4 в рамках ОГП, a – длина валентной связи.

Подставив соответствующие значения k_1 , $k_{\gamma 1(GHF)}$ и k_2 для графена и силицена, получим ограничения на коэффициент $k_{2(GHF)}$. Для графена пределы изменения составляют:

$$-123,413 \leq k_{2(GHF)} \leq 521,782 \text{ Дж/м}^2. \quad (5)$$

У силицена они лежат на промежутке:

$$47,13 \leq k_{2(GHF)} \leq 134,18 \text{ Дж/м}^2. \quad (6)$$

Варьируя значение $k_{2(GHF)}$ в указанных пределах получаем набор значений остальных коэффициентов.

3. Расчёты

Рассчитаем набор коэффициентов для графена и силицена взяв значение $k_{2(GHF)} = 50 \text{ Дж/м}^2$, близкое к середине допустимых значений для силицена (6), и входящее в разрешённую область для графена (5). В этом случае для графена остальные коэффициенты равны: $k_{1(GHF)} = 634,4 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}$, $k_{\gamma 1(GHF)} = 4,417 \cdot 10^{-20} \text{ Дж} \cdot \text{рад}^{-2}$, $k_{\gamma 2(GHF)} = 1,07 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \cdot \text{рад}^{-2}$, для силицена имеем: $k_{1(GHF)} = 127,5 \text{ Дж} \cdot \text{м}^{-2}$, $k_{\gamma 1(GHF)} = -2,97 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \cdot \text{рад}^{-2}$, $k_{\gamma 2(GHF)} = 5,32 \cdot 10^{-18} \text{ Дж} \cdot \text{рад}^{-2}$.

Моделирование выполняем для фрагментов графена и силицена, имеющих прямоугольную форму, как показано на рис. 2. Граничные условия для обеих моделей имеют общую часть, представленную слева на рисунке. Справа показаны дополнительные условия, налагаемые на модель силицена.

Матрица жёсткости системы формируется из матриц отдельных элементов. Затем в ней и в столбце нагрузок учитываются граничные условия. В результате получаем следующую систему линейных алгебраических уравнений [12]:

$$[K] \cdot \bar{U} = \bar{F}, \quad (7)$$

где $\bar{U}$ – вектор перемещений, $\bar{F}$ – вектор усилий.

После её решения относительно перемещений, полученный результат используется для вычисления относительных деформаций:

$$\varepsilon_Y = \frac{\Delta l_Y}{l_Y}, \quad \varepsilon_X = \frac{\Delta l_X}{l_X}, \quad (8)$$

где Δl_Y – среднее арифметическое смещения узлов верхней грани вдоль оси OY , а l_Y – размер образца вдоль оси OY , Δl_X – разность средних арифметическое смещения узлов правой и левой грани вдоль оси OX , l_X – размер образца по ширине.

Рис. 2. Схема нагружения и закрепления образца.

Напряжение в образцах вычисляется по формуле:

$$\sigma = \frac{\sum F_i}{S}, \quad (9)$$

где $\sum F_i$ – сумма всех приложенных усилий на верхней грани вдоль оси OY , а $S = l_X \cdot l_Z$ – площадь сечения образца. Для графена $l_Z = 0,34$ нм (равно межслоевому расстоянию в графите), у силицена $l_Z = 0,041$ нм.

Из формулы

$$E \cdot \varepsilon_Y = \sigma, \quad (10)$$

получим значение продольного модуля упругости E .

Расчёт коэффициентов поперечной деформации выполняем, воспользовавшись формулой:

$$\nu_X = -\frac{\varepsilon_X}{\varepsilon_Y}, \quad (11)$$

где ε_X – относительная деформация вдоль оси OX , ε_Y – относительная деформация вдоль оси OY .

4. Заключение

Сравнение абсолютных значений модуля продольной упругости (см. рис. 3) не корректно, так как его величина зависит от толщины образца, выбор которой для структур, толщиной в один атомный слой, неоднозначен. Поэтому можно говорить только о качественном сравнении полученных результатов. В обоих случаях наблюдается выход на асимптоту с ростом длины образца и очень слабая зависимость от ширины образца. Абсолютные значения модуля продольной упругости находятся в пределах: $0,58 < E < 0,95$ ТПа и $0,70 < E < 1,66$ ТПа для графена и силицена соответственно.

Рис. 3. Модуль продольной упругости: а – графен, б – силицен.

Рис. 4. Коэффициент поперечной деформации вдоль оси OX : а – графен, б – силицен.

Поведение коэффициента поперечной деформации для образцов

графена и силицена (см. рис. 4) имеет как качественные, так и количественные отличия. Общим является его уменьшение с ростом ширины образцов наноструктур с выходом на асимптоту. Увеличение же длины образцов даёт качественно отличные результаты: у графена рост данного показателя, а у силицена – его снижение. Абсолютные значения так же отличаются: $0,326 < \nu_X < 0,472$ для графена и $0,063 < \nu_X < 0,258$ для силицена.

Работа выполнена при финансовой поддержке государственной программы научных исследований ГПНИ «Ковергенция 2020» (подпрограмма «Методы математического моделирования сложных систем»).

Библиографический список:

1. **Novoselov, K.S.** Electric field effect in atomically thin carbon films / K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, et al. // Science. – 2004. – V. 306. – I. 5696. – P. 666-669. DOI: 10.1126/science.1102896.
2. **Guzman-Verri, G.G.** Electronic structure of silicon-based nanostructures / G.G. Guzmán-Verri, L.C.L.Y. Voon // Physical Review B. – 2007. – V. 76. – I. 7. – P. 075131-1-075131-10. DOI: 10.1103/PhysRevB.76.075131.
3. **Zhu, Y.** Graphene and graphene oxide: synthesis, properties and applications / Y. Zhu, H. Murali, W. Cai, et al. // Advanced materials. – 2010. – V. 22. – I. 35. – P. 3906-3904. DOI: 10.1002/adma.201001068.
4. **Ding, N.** Defect-sensitive performance of silicene sheets under uniaxial tension: mechanical properties, electronic structures and failure behaviour / N. Ding, H. Wang, X. Chen, C.-M. L. Wu // RSC Advances. – 2017. – V. 7. – I. 17. – P. 10306-10315. DOI: 10.1039/c6ra27291f.
5. **Грибов, Л.А.** Колебания молекул / Л.А. Грибов. – М.: Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2009. – 544 с.
6. **Zhuravkov, M.A.** Finite element modeling of nanoscale structures / M.A. Zhuravkov, Yu.E. Nagornyi, V.I. Repchenkov // Nanotechnologies in Russia. – 2011. – V. 6. – № 9-10. – P. 597-606. DOI: 10.1134/S1995078011050168.
7. **Нагорный, Ю.Е.** Исследование механических свойств силицена в рамках модели поля центральных сил / Ю.Е. Нагорный, Д.Н. Политаев // Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. – 2017. – Вып. 9. – С. 341-346. DOI: 10.26456/pcascnn/2017.9.341.
8. **Нагорный, Ю.Е.** Исследование механических свойств силицена в рамках модели валентно-силового поля / Ю.Е. Нагорный, Д.Н. Политаев // Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. – 2018. – Вып. 10. – С. 485-491. DOI: 10.26456/pcascnn/2018.10.485.
9. **Li, C.** A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes / C. Li, T.-W. Chou // International Journal of Solids and Structures. – 2003. – V. 40. – I. 10. – P. 2487-2499. DOI: 10.1016/S0020-7683(03)00056-8.
10. **Кривцов, А.М.** Сравнение микромоделей описания упругих свойств алмаза / А.М. Кривцов, О.С. Лобода, С.С. Хакало // Механика твёрдого тела. – 2012. – № 5. – С. 44-52.
11. **Нагорный, Ю.Е.** Численное моделирование механического поведения силицена в

рамках обобщённого гармонического поля / Ю.Е. Нагорный // Физико-химические аспекты изучения кластеров, наноструктур и наноматериалов. – 2019. – Вып. 11. – С. 336-344. DOI: 10.26456/pcascnn/2019.11.336.

12. **Зенкевич, О.** Метод конечных элементов в технике / О. Зенкевич; пер. с англ. под ред. Б.Е. Победри. – М.: Мир, 1975. – 541 с.

References:

1. **Novoselov, K.S.** Electric field effect in atomically thin carbon films / K.S. Novoselov, A.K. Geim, S.V. Morozov, et al. // *Science*. – 2004. – V. 306. – I. 5696. – P. 666-669. DOI: 10.1126/science.1102896.
2. **Guzman-Verri, G.G.** Electronic structure of silicon-based nanostructures / G.G. Guzmán-Verri, L.C.L.Y. Voon // *Physical Review B*. – 2007. – V. 76. – I. 7. – P. 075131-1-075131-10. DOI: 10.1103/PhysRevB.76.075131.
3. **Zhu, Y.** Graphene and graphene oxide: synthesis, properties and applications / Y. Zhu, H. Murali, W. Cai, et al. // *Advanced materials*. – 2010. – V. 22. – I. 35. – P. 3906-3904. DOI: 10.1002/adma.201001068.
4. **Ding, N.** Defect-sensitive performance of silicene sheets under uniaxial tension: mechanical properties, electronic structures and failure behaviour / N. Ding, H. Wang, X. Chen, C.-M. L. Wu // *RSC Advances*. – 2017. – V. 7. – I. 17. – P. 10306-10315. DOI: 10.1039/c6ra27291f.
5. **Gribov, L.A.** Kolebaniya molekul [Molecular vibrations] / L.A. Gribov. – М.: Knizhnyi dom «LIBROKOM», 2009. – 544 p. (In Russian).
6. **Zhuravkov, M.A.** Finite element modeling of nanoscale structures / M.A. Zhuravkov, Yu.E. Nagornyi, V.I. Repchenkov // *Nanotechnologies in Russia*. – 2011. – V. 6. – № 9-10. – P. 597-606. DOI: 10.1134/S1995078011050168.
7. **Nagorny, Y.E.** Issledovanie mekhanicheskikh svoystv silitsena v ramkakh modeli polya tsentral'nykh sil [Investigation of mechanical properties of silicene in a central force field model] / Y.E. Nagorny, D.N. Politaev // *Physical and chemical aspects of the study of clusters, nanostructures and nanomaterials*. – 2017. – I. 9. – P. 341-346. DOI: 10.26456/pcascnn/2017.9.341. (In Russian).
8. **Nagorny, Y.E.** Issledovanie mekhanicheskikh svoystv silitsena v ramkakh modeli valentno-silovogo polya [Investigation of mechanical properties of silicene in the valence force field model] / Y.E. Nagorny, D.N. Politaev // *Physical and chemical aspects of the study of clusters, nanostructures and nanomaterials*. – 2018. – I. 10. – P. 485-491. DOI: 10.26456/pcascnn/2018.10.485. (In Russian).
9. **Li, C.** A structural mechanics approach for the analysis of carbon nanotubes / C. Li, T.-W. Chou // *International Journal of Solids and Structures*. – 2003. – V. 40. – I. 10. – P. 2487-2499. DOI: 10.1016/S0020-7683(03)00056-8.
10. **Krivtsov, A.M.** Sravnenie mikromodelei opisaniya uprugikh svoystv almaza [Comparison of micromodels for describing the elastic properties of diamond] / A.M. Krivtsov, O.S. Loboda, S.S. Khakalo // *Mekhanika tverdogo tela*. – 2012. – № 5. – P. 44-52. (In Russian).
11. **Nagorny, Y.E.** Chislennoe modelirovanie mekhanicheskogo povedeniya silitsena v ramkakh obobshchennogo garmonicheskogo polya [Numerical simulation of mechanical behavior of silicene in a general harmonic field model] / Y.E. Nagorny // *Physical and chemical aspects of the study of clusters, nanostructures and nanomaterials*. – 2019. – I. 11. – P. 336-344. DOI: 10.26456/pcascnn/2019.11.336. (In Russian).
12. **Zenkevich, O.** Metod konechnykh ehlementov v tekhnike [Finite element method in

engineering] / O. Zenkevich; per. s angl. pod red. B.E. Pobedri. – M.: Mir, 1975. – 541 s. (In Russian).

Original paper

**COMPARATIVE ANALYSIS OF RESULTS OF NUMERICAL MODELING OF
MECHANICAL BEHAVIOR OF GRAPHENE AND SILICENE IN THE FRAMES OF
COMMON HARMONIC FIELD**

M.A. Zhuravkov, Yu.E. Nagorny, D.N. Politaev
Belarusian State University, Minsk, Belarus

DOI: 10.26456/pcascnn/2020.12.415

Abstract: The article presents the results of application of the general harmonic field model for numerical modeling of mechanical properties of samples of graphene and silicene nanostructures similar in geometric form. A calculation of the stiffness coefficients of the elements for this model was made based on the stiffness of a pair of basic ones through the natural frequencies of oscillations of three-node fragments. Dependencies of elastic modules on linear dimensions for examined samples are given. In both cases, there is an increase in the modulus of longitudinal elasticity with an increase in asymptote with an increase in the length of the sample and a very weak dependence on its width. The coefficient of transverse strain decreases as the width increases. Increasing the length gives graphene an increase in this indicator, and in silicene – its decrease.

Keywords: *general harmonic field, graphene, silicene, elastic coefficients, natural frequencies of oscillations, Young's modulus, Poisson's coefficient.*

Журавков Михаил Анатольевич – д.ф.-м.н., профессор, заведующий кафедрой теоретической и прикладной механики, Белорусский государственный университет

Нагорный Юрий Евгеньевич – старший преподаватель кафедры био- и наномеханики, УО Белорусский государственный университет

Политаев Дмитрий Николаевич – старший преподаватель кафедры веб-технологий и компьютерного моделирования, Белорусский государственный университет

Mikhail A. Zhuravkov – Dr. Sc., Professor, Head of Theoretical and Applied Mechanics Department, Belarusian State University

Yuri E. Nagorny – Senior Lecturer, Department of Bio- and Nanomechanics, Belarusian State University

Dmitrii N. Politaev – Senior Lecturer, Department of Web Technology and Computing Modeling, Belarusian State University

Поступила в редакцию/received: 5.09.2020; после рецензирования/revised: 09.10.2020; принята/accepted 15.10.2020.